הקדמה

בשנת 1905 פרסם אלברט אינשטיין סדרת מאמרים בכתב העט הגרמני Annalen der Physik. מסמך זה הוא תרגום לעיברית של המאמר "על נקודת מבט היור־יסטית בנוגע לייצור וטרנספורמציה של האור".

<u>הערות תרגום:</u>

1. במונח "מהירות" הכוונה תמיד למהירות-מכוונת (velocity).

המאמר תורגם ונערך ע"י יונתן זלפה.

על נקודת מבט היוריסטית בנוגע לייצור ולטרנספורמציה של האור

אלברט אינשטיין

מאי, 1905

קיימים הבדלים פורמלים מהותיים בין התמונה התיאורטית שמתארים פיזי-קאים לגבי גזים וגופים שקילים אחרים ובין התורה של מקסוול עבור תהליכים אלקטרומגנטיים במה שמכונה בשם המרחב הריק. בעוד שאנו מניחים שמצב הגוף נקבע לגמרי ע"י המיקומים והמהירויות של מספר סופי (גדול אבל עדיין סופי) של אטומים ואלקטרונים, אנו משתמשים בפונקציות מיקום רציפות בכדי לקבוע את מצב האלקטרומגנטיות של הגוף במרחב, לכן אין די במספר סופי של משתנים בכדי לקבוע באופן מוחלט את מצב האלקטרומגנטיות של הגוף במרחב. לפי תורת מקסוול, כאשר מתארים כל תופעה אלקטרומגנטית טהורה (כולל תופעת האור) יש לבטא את האנרגיה כפונקציה רציפה במרחב, בעוד שלפי רעיונותיהם של פיזי-קאים בני זמננו, ניתן לבטא את האנרגיה של גוף שקיל כסכום מעל האטומים והאלקטרונים שלו. לא ייתכן מצב בו האנרגיה של גופים שקילים מתחלקת בין חלקים שרירותים רבים, קטנים ככל שיהיו, בעוד שלפי תורת מקסוול (וא תורת גלים כלשהי) האנרגיה של קרן אור הנפלטת ממקור נקודתי של אור מופצת באופן רציף מעל נפח שהולך וגדל.

צידוקים לתורת הגל של האור הפועלת עם פונקציות רציפות במרחב נמצאו עבור ייצוג של תופעות אופטיות טהורות, האפשרות שתורה זו תוחלף אי פעם בתורה

אחרת נראית בלתי סבירה. למרות זאת, יש לזכור שתצפיות אופטיות מתייחסות לממוצעים של זמן ולא לערכים ריגעיים ובכל זאת די מתקבל על הדעת שכל ניסוי שמטרתו לודא באופן מלא את תורת ההשתברות (דיפרקציה), החזרת אור (רפלקסיה), השתברות חוזרת (ריפרקציה), פיזור וכו' שעושה שימוש בפונקציות רציפות במרחב ומיושם לתופעה של המרה והיווצרות אור יוביל לסתירה בין התורה לתוצאות.

למעשה נראה לי שההנחה לפיה האנרגיה של האור מופצת באופן לא רציף בחלל מובילה להבנה טובה יותר של תצפיות על "קרינה של גוף-שחור", פוטולומניסצנציה (פלט-פוטונים), ייצור של קרניים קתודיות באמצעות אור אולטרא סגול ותופעות אחרות שבהן מעורבת פליטה או המרה של אור. לפי ההנחה שנדונה כאן, כאשר קרן אור מתחילה להתפשט מנקודה מסויימת, האנרגיה לא מופצת באופן רציף מעל נפח הולך וגדל, האנרגיה מורכבת ממספר סופי של חלקיקים (קוונטות) אנרגיה שממוקמות בחלל ושאינן מתחלקות במהלך תנועתן, חלקיקים (קוונטות) אלו יכולים להיפלט או להיספג כיחידה שלמה אחת בלבד.

בחיבור שלהלן אמצא את הקשר שבין הלך המחשבה והעובדות שהובילו אותי למסקנה זו. בתקווה שנקודת מבט זו תהפוך לשימושית עבור מחקריהם של חלק מהעוסקים במחקר.

תוכן עניינים

1 על הקושי שעולה מתוך התורה של "קרינת גופים-שחורים"

על מנת להתחיל, נצא מתוך תורת מקסוול ומתורת האלקטרון, ונחשוב על המקרה הבא. נניח שנפח מוקף לגמרי בקירות רפלקטים ומכיל מספר מולקולות של גז ואלקטרונים אשר נעים בחופשיות ומפעילים כוחות משמרים זה על זה מתי שהם מתקרבים אחד לשני, כלומר מתי שהם מתנגשים זה עם זה כמולקולות גז לפי תורת הקינטיקה של הגזים [1]. נניח בנוסף שיש מספר אלקטרונים אשר מוגבלים לנקודות במרחב ואשר רחוקים אחד מהשני באמצעות כוחות המכוונים כלפי הנ-קודות ופרופורציונלים למרחקיהן (מרחקי ההנקודות). אנו מניחים שהאלקטר-ונים הללו פועלים באופן משמר יחד עם המולקולות החופשיות והאלקטרונים ברגע שהאחרונים מתקרבים אליהם. האלקטרונים המוגבלים לנקודות יקראו בשם "תהודות" (ריזונטורים); הם סופגים ופולטים גלים אלקטרומגנטים במשך זמן מוגדר.

לפי רעיונות עכשויים על פליטת האור, הקרינה בנפח הנדון – שעל פי תורת מקסוול יכולה להימצא במיקרה של איזון דינמי– חייבת להיות זהה ל"קרינה של גוף שחור" — וזאת בתנאי שאנו מניחים שריזונטורים נמצאים בכל התדרים שיידונו.

[1] ההנחה הזו שקולה להנחה שבמצב של איזון תרמי האנרגיות הקינטיות הממוצעות של אל-קטרונים ומולקולות גז שוות. ידוע היטב שמר דרוד (Drude) נעזר בהנחה זו בכדי להקיש את הביטוי התאורטי עבור יחס תרמי חשמלי של מוליכים מתכתיים.

לעית עתה, נזניח את הקרינה שנפלטת ונספגת מהריזונטורים ונחפש את התנאי לאיזון דינמי המתאים לאינטראקציה (התנגשויות) בין המולקולות והאלקטרונים. מתורת הקינטיקה של הגז מקבלים את התנאי שהאנרגיה הקינטית הממוצעת של אלקטרון ריזונטור שווה בהכרח לאנרגיה הקינטית הממוצעת המתאימה לתנועה הטרנסלטורית של מולקולת גז. אם אנו מפרקים תנועה של אלקטרון ריזונטור ל-3 מימדים אנכיים הדדית בכיוונים של התנודה, אז אנו מוצאים שהערך הממוצע של האנרגיה $\overline{E}$ עבור תנועה תנודתית לינארית שכזאת יהיה

$$\overline{E} = \frac{R}{N}T,$$

כאשר R מסמן את קבוע הגז, N מסמן את מספר "המולקולות הממשיות" לגרם שקול (gram equivalent) ואילו T מסמן הטמפרטורה המוחלטת (אבסולוטית). זה נובע מכך שהאנרגיה $\overline{E}$ שווה ל-$2/3$ אנרגיה קינטית של מולקולות חופשיות של גז חד-אטומי, שכן זמן הממוצעים של האנרגיה הפוטנציאלית והקינטית של ריזונטור שווים זה לזה. אם מאיזושהי סיבה –גורמים אפקטים של קרינה במיקרה שלפננו– הזמן הממוצע יהיה קטן או גדול מ- $\overline{E}$, אז התנגשויות עם המולקולות והאלקטרוניים החופשיים תוביל למעבר אנרגיה אל או מגז אשר ממוצע האנרגיה שלו אינו מתאפס. לפיכך, עבור המקרה בו אנו דנים, איזון דינמי ייתכן רק אם האנרגיה הממוצעת של כל אחד מהריזונטורים תהיה שווה ל-$\overline{E}$.

נוכל עתה להשתמש בטיעון דומה עבור התנגשות בין ריזונטורים ובין הקרינה שנמצאת בחלל. עבור מיקרה זה מר פלאנק [1] מצא את התנאי לאיזון דינמי תחת ההנחה שהקרינה נלקחת כתהליך האקראי ביותר שניתן לעלות על הדעת.; הוא מצא

$$\overline{E}_\nu = \frac{L^3}{8\pi\nu^2}\rho_\nu$$

כאשר $\overline{E}_\nu$ היא האנרגיה הממוצעת של הריזונטור עם תדר-עצמי ν (לרכיב תנודה), L מהירות האור, ν התדר ו-$\rho_\nu d\nu$ האנרגיה ליחידת הנפח ששיעור תדר הקרינה שבה הוא בן ν לבין $\nu + d\nu$. אם אנרגית הקרינה של התדר ν אינה פוחתת או

עולה בהתמדה, אז אנו חייבים לקבל *

$$\frac{R}{N}T = \overline{E} = \overline{E}_\nu = \frac{L^3}{8\pi\nu^2}\rho_\nu,$$

ומכך מקבלים

$$\rho_\nu = \frac{R}{N}\frac{8\pi\nu^2}{L^3}T. \tag{1}$$

הרלציה הזו, שנמצאה כתנאי לאיזון דינמי, לא רק שאינה עולה בקנה אחד עם ניסויים, אלא היא גם מראה שבמודל שלנו לא ניתן לדבר באופן מוחלט על הפצת אנרגיה בין האתר והחומר. ככל שתחום התדרים של הריזונטורים יהיה גדול יותר, כך אנרגיית הקרינה תהפוך להיות גדולה יותר במרחב, בגבולות אנו מקבלים

$$\int_0^\infty \rho_\nu d\nu = \frac{R}{N}\frac{8\pi}{L^3}T\int_0^\infty \nu^2 d\nu = \infty.$$

*נוכל לנסח את ההנחה הזו באופן הבא: נפתח את רכיב ה-z של הכוח החשמלי (Z) בנקודה נתונה במרחב שנעה בין הזמן $t=0$ ובין $t=T$ (כאשר T מציין זמן גדול דיו בהשוואה לכל מחזורי התנודות הנידונים) לטור פורייה

$$Z = \sum_{\nu=1}^{\infty} A_\nu \sin\left(2\pi\nu\frac{t}{T} + \alpha_\nu\right),$$

כאשר $A_\nu \geq 0$ ו- $0 \leq \alpha_\nu \leq 2\pi$. ניתן גם לפתח (לטור) את אותה נקודה במרחב באופן שרירותי, לעיתים תוך כדי בחירה שרירותית של זמני ההתחלה. במקרה שכזה, מצירופים של תדרים שונים של הגדלים A_ν ו- α_ν נקבל (סטטיסטית) הסתברויות dW מהצורה

$$dW = f(A_1, A_2, \ldots, \alpha_1, \alpha_2, \ldots)dA_1 dA_2 \ldots d\alpha_1 d\alpha_2 \ldots.$$

הקרינה תהפוך לתהליך האקראי ביותר שניתן להעלות על הדעת אם

$$f(A_1, A_2, \ldots, \alpha_1, \alpha_2, \ldots) = F_1(A_1)F_2(A_2)\ldots f_1(\alpha_1)f_2(\alpha_2)\ldots,$$

זאת אומרת, כאשר ההסתברות עבור ערך נתון של A או α אינה תלויה בערכים של ה-A או α האחרים

2 על קביעתו של פלאנק בנוגע לקוונט אלמנטרי

עלינו להראות בהמשך, עד כדי מידה מסויימת, קביעת שהקוונטה האלמנטרית שניתנה על ידי מר פלאנק אינה תלויה בתורה של "קרינת גוף-שחור" שמר פלאנק בעצמו חיבר.

הנוסחה של פלאנק [2] עבור ρ_ν, אשר עולה בקנה אחד עם כל הניסיונות שבוצעו עד כה, היא:

$$\rho_\nu = \frac{\alpha \nu^3}{e^{\beta\nu/T} - 1},$$

כאשר $\beta = 4.866 \times 10^{-11}$. $\alpha = 6.10 \times 10^{-56},$ עבור ערכים גדולים של T/V, כלומר עבור אורכי גל ארוכים וקרינה צפופה גבוהה, הנוסחה הזו מקבלת את הצורה המוגבלת הבאה:

$$\rho_\nu = \frac{\alpha}{\beta}\nu^2 T. \tag{2}$$

ניתן להבחין בזהות שבין משוואות 2 ו- 1 שאותה קיבלנו בסעיף 1 מתורת מקסוול ומתורת האלקטרון. על ידי השוואת המקדמים של שתי המשוואות (משוואות 1 ו- 2), אנו מקבלים

$$\frac{R 8\pi}{N L^3} = \frac{\alpha}{\beta}$$

או

$$N = \frac{\beta}{\alpha}\frac{8\pi R}{L^3} = 6.17 \times 10^{23},$$

כלומר, משקלו של אטום אחד של מימן הוא $1/N = 1.62 \times 10^{-24}$ גרם. זה בדיוק הערך אליו הגיע מר פלאנק, שמצידו מסכים עם ערכים שנמצאו באמצעות שיטות אחרות. לפיכך אנו מגיעים למסקנה הבאה: ככל שאנרגיית הצפיפות גדולה יותר ואורכי הגלים של הקרינה ארוכים יותר, כך הבסיס התאורטי שמשמש אותנו יהפוך לשימושי יותר; אף על פי כן, בסיס תאורטי זה יכשל כליל עבור אורכי גלים קצרים וצפיפות קרינה נמוכה.

בהמשך המאמר נדון ב-"קרינת גוף-שחור" תוך התבססות על עובדות מניסויים ללא נקודת מבט של יצירה ותפוצה של קרינה.

3 על האנטרופיה של הקרינה

השיקולים הבאים נמצאים במאמר מפורסם של מר וילהלם וין ומוזכרים כאן רק לצורך שלמות הדיון.

נניח שיש לנו קרינה שתופסת נפח v. אנו מניחים שבקרינה זו היחסים הניתנים לצפיה נקבעים לגמרי אם נותנים גאנרגיית קרינה $\rho(\nu)$ לכל התדרים[†]. כאשר מניחים שקרינה של תדרים שונים יכולה להתפצל ללא עבודה או חום, האנטרופיה של הקרינה יכולה להיכתב בצורה הבאה

$$S = v\int_0^\infty \phi(\rho,\nu)d\nu,$$

כאשר ϕ היא פונקציה של המשתנים ρ ו- v. ניתן לצמצם את הפונקציה ϕ לפונ-קציה של משתנה אחד באמצעות ניסוח הטענה שהאנטרופיה של הקרינה בין הקירות הריפלקטים אינה משתנה על ידי דחיסה אדיאבטית. לא ניכנס לבעיה זו, אבל, נחקור באופן ישיר את הנגזרת של הפונקציה ϕ מתוך חוק הקרינה של גוף-שחור.

במקרה של "קרינת גוף-שחור" ρ תהיה כזאת פונקציה של ν כך שהאנטרופיה עבור ערך נתון של אנרגיה תהיה מקסימלית, כלומר

$$\delta\int_0^\infty \phi(\rho,\nu)d\nu = 0,$$

אם ורק אם

$$\delta\int_0^\infty \rho\nu = 0.$$

מכאן נובע שעבור כל בחירה של $\delta\rho$ כפונקציה של ν מתקיים

$$\delta\int_0^\infty \left(\frac{\partial\phi}{\partial\rho} - \lambda\right)\delta\rho d\nu = 0,$$

כאשר λ בלתי תלויה ב-ν. לפיכך, במקרה של קרינת גוף שחור, $\partial\phi/\partial\rho$ אינו תלוי ב-ν.

[†]זוהי הנחה שרירותית. מובן שעד שניסויים לא מחייבים אותנו לזנוח את ההנחה הפשוטה ביותר הזו ניתן להמשיך ולהיצמד אליה.

אם הטמפרטורה של קרינת הגוף השחור בנפח $v = 1$ גודלת ב dT, אז אנו מקבלים את המשוואה

$$dS = {}^{\nu=\infty}_{\nu=0} \frac{\partial \phi}{\partial \rho} d\rho d\nu,$$

או (כאשר $\partial\phi/\partial\rho$ לא תלוי ב ν)

$$dS = \frac{\partial \phi}{\partial \rho} dE.$$

מאחר ו- dE שווה לחום שהתווסף ומאחר והתהליך הפיך, אנו מקבלים

$$dS = \frac{1}{T} dE.$$

מהשוואת שתי השוויונות האחרונים אנו מקבלים

$$\frac{\partial \phi}{\partial \rho} = \frac{1}{T}.$$

זהו חוק הקרינה של הגוף השחור. בעזרת הפונקציה ϕ ניתן לקבל את חוק הקרינה של גוף-שחור, ולהפך, באמצעות אינטגרציה ניתן לקבל את הפונקציה ϕ מתוך חוק הקרינה של גוף-שחור נוכל לקבל את הפונקציה ϕ, כאשר עלינו לזכור שהפונקציה ϕ נעלמת עבור $\rho = 0$.

4 הגבלת החוק עבור האנטרופיה של קרינה מונוכרומ-טית עבור קרינה בעלת צפיפות נמוכה

מתצפיות שנערכו על "קרינת גוף-שחור" עד כה עולה בברור שהחוק

$$\rho = \alpha \nu^3 e^{-\beta\nu/T}$$

שבמקור נכתב על ידי מר וין (W. Wien) עבור "קרינת גוף-שחור" איננו בדיוק תקף. בכל אופן, עבור ערכים גדולים של V/T החוק מתיישב לגמרי עם ניסויים. נבסס את חישובנו על הנוסחה הזו, כאשר נזכור שהתוצאות שלנו תקפות רק

תחת מגבלות מסויימות.

ראשית, מהמשוואה הזו מקבלים

$$\frac{1}{T} = -\frac{1}{\beta_\nu} \ln\left(\frac{\rho}{\alpha\nu^3}\right)$$

ואז, באמצעות שימוש ברלציות שקיבלנו בסעיף הקודם, מקבלים

$$\phi(\rho,\nu) = -\frac{\rho}{\beta\nu}\left(\ln\frac{\rho}{\alpha\nu^3} - 1\right).$$

עתה, נניח שיש לנו קרינה של אנרגיה E עם תדירות שנעה בין ν ל- $\nu + d\nu$ ונניח שתחום הקרינה הוא v. האנטרופיה של הקרינה תהיה

$$S = v\phi(\rho,\nu)d\nu = -\frac{E}{\beta\nu}\left(\ln\frac{E}{v\alpha\nu^3 d\nu} - 1\right).$$

אם נגביל את עצמנו לחקירת התלות של האנטרופיה במרחב שתפסה הקרינה ואם S_0 מסמן את האנטרופיה של הקרינה במרחב v_0, אז נקבל

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta_\nu}\ln\frac{v}{v_0}$$

משוואה זו מראה שכאשר הצפיפות מספיק קטנה החוקים לקביעת שינוי האנטרופיה של הקרינה המונוכרומטית עם הנפח יהיו זהים לחוקים הקובעים את שינוי האנטרופיה של גז מושלם או תמיסה מדוללת. להלן, נפרש את המשוואות שזה עתה מצאנו על בסיס העיקרון שמר בולצמן Boltzmann הנהיג בפיזיקה, לפי עיקרון זה האנטרופיה של המערכת היא פונקציה של הצטברות המצבים של המערכת.

5 חקירה מולקולרית-תיאורטית של תלות-מרחבית באנטרופיה של הגזים ובתמיסות מהולות

כאשר מחשבים את האנטרופיה בתורת הגז המולקולרי משתמשים לעתים תכופות במילה "הסתברות" במובן שאינו זהה להגדרת המונח "הסתברות" כפי שהיא

ניתנת בתורת ההסתברות. בפרט, "מקרים של שוויון הסתברותי" נקבעים תכופות על ידי השערה בנסיבות בהם המודל התיאורטי שנמצא בשימוש הינו מספיק מוחלט בכדי להעדיף הסקת הסתברויות על פני השערתן. אני אראה במאמר נפרד שכאשר דנים בתופעות תרמיות לגמרי מספיק להשתמש במה שנקרא בשם "הסתברות סטטיסטית", בכך אני מקווה שאוכל להעלים את הקשיים הלוגיים שמכבידים על היישום של עיקרון בולצמן. בכל אופן, במאמר זה נסתפק בניסוח כללי וביישום עבור מקרים מיוחדים מאוד.

אם יש הגיון בלדבר על ההסתברות של מצב של מערכת ואם, בנוסף לכך, כל עליה באנטרופיה יכולה להיחשב כמעבר למצב בעל הסתברות גבוהה יותר, אז האנטרופיה S_1 של המערכת היא פונקציה של W_1, כאשר W_1 מסמן את הסתברות המצב הריגעי שלה. אם, בנוסף, יש לנו שתי מערכות שאין ביניהם שום אינטראקציה, אז נוכל לרשום

$$S_1 = \phi_1(W_1), \qquad S_2 = \phi_2(W_2).$$

אם נחשוב על שתי המערכות הללו כמערכת אחת בעלת אנטרופיה S והסתברות W, אז נקבל

$$S = S_1 + S_2 = \phi(W)$$

וגם

$$W = W_1 \cdot W_2,$$

הרלציה האחרונה הזו אומרת שהמצב של של שתי המערכות הללו אינו תלוי אחת בשניה.

מהמשוואות הללו נובע ש-

$$\phi(W_1, W_2) = \phi_1(W_1) + \phi_2(W_2),$$

ובסופו של דבר מקבלים

$$\begin{aligned} \phi_1(W_1) &= C\ln(W_1) + \text{קבוע} \\ \phi_2(W_2) &= C\ln(W_2) + \text{קבוע} \\ \phi(W) &= C\ln(W) + \text{קבוע} \end{aligned}$$

הגודל C הוא לפיכך קבוע אוניברסלי; מתורת הקינטיקה של הגז נובע שערכו של הקבוע האוניברסלי הזה הוא R/N כאשר המשמעות של הקבועים R ו- N היא אותה משמעות שהוזכרה לעיל. אם מצב האנטרופיה ההתחלתית של המערכת הנידונה הוא S_0 ו-W הוא ההסתברות היחסית של מצב האנטרופיה S, אז באופן כללי אנו מקבלים

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \ln W.$$

נדון כעית במקרה המיוחד הבא. הבה ונחשוב על מספר של n נקודות נעות (כדוגמת מולקולות) בתוך נפח v_0. מלבד נקודות אלו ייתכן והמרחב מכיל מספר כלשהו של נקודות אחרות מכל סוג שהו. מלבד הנחה שמתייחסת לתנועת הנקו-דות במרחב ולפיה הנקודות לא מעדיפות מקום או כיוון מסויים בתנועתן במרחב, אין אנו מניחים דבר על החוקים שלפיהם נעות הנקודות הנידונות במרחב. מספרם של הנקודות (שנזכרו בתחילה) הוא כה קטן עד כי נוכל להזניח את האינטראקציה ההדדית ביניהם.

למערכת הנידונה מותאמת אנטרופיה מסויימת S_0 שיכולה, לדוגמה, להיות גז מושלם או תמיסה מדוללת. נחשוב עתה על מקרה שבו חלק v מכלל הנפח v_0 מכיל את כל n הנקודות הנעות ושלבד משינוי זה שום דבר לא משתנה במערכת. ברור שהמצב הזה מתאים לערך אנטרופיה שונה S_1, נשתמש בעיקרון בולצמן בכ-די לקבוע את הבדלי ערכי האנטרופיה.

נשאל לגבי גודל ההסתברות של המצב הזה ביחס למצב המקורי? או מה גודל ההסתברות ברגע שרירותי מסויים שבו כל n הנקודות הנעות באופן שאינו תלוי אחת בשניה בנפח v_0 נמצאות (במקרה) בנפח v? עבור ההסתברות הזו, שהיא גם "הסתברות סטטיסטית" מקבלים:

$$W = \left(\frac{v}{v_0}\right)^n;$$

ומכך ומעיקרון בולצמן אנו מקבלים:

$$S - S_0 = R\frac{n}{N} \ln \frac{v}{v_0}.$$

כדאי להעיר שבהסקת המשוואה הזו, אשר ממנה ניתן לקבל את החוק של בוייל וגיי-לוסק (Boyle & Gay-Lussac) כמו גם את החוק האנלוגי של לחץ תרמודינמי אוסמוטי[2], אין צורך בהנחה כלשהי על חוקי התנועה של המולקולות.

6 פירוש הביטוי עבור תלות-מרחבית של האנטרופיה של קרינה מונוכרומטית לפי עיקרון בולצמן

בסעיף 4, עבור תלות הנפח באנטרופיה של קרינה מונוכרומטית, מצאנו את הביטוי

$$S - S_0 = \frac{E}{\beta_\nu} \ln \frac{v}{v_0}$$

אם נכתוב את המשוואה הזו בצורה

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \ln \left(\left(\frac{v}{v_0} \right)^{NE/R\beta_\nu} \right),$$

ונשווה אותה עם המשוואה הכללית המבטאת את עיקרון בולצמן, נקבל

$$S - S_0 = \frac{R}{N} \ln W,$$

ומכאן אנו מגיעים למסקנה הבאה:

אם קרינה מונוכרומטית בתדירות ν ובאנרגיה E סגורה (בקירות ריפלקטים) בתוך נפח v_0, אז ההסתברות שכלל אנרגיית הקרינה תמצא בתוך נפח v (שחלקי לנפח v_0) בזמן רגעי אקראי כלשהו תהיה

$$W = \left(\frac{v}{v_0} \right)^{NE/R\beta\nu}.$$

[2] אם האנרגיה של המערכת הוא E, אז מקבלים:

$$-d(E - TS) = pdv = TdS = RT(n/N)(dv/v)$$

לפיכך

$$pv = R(n/N)T.$$

מכך אנו מסיקים: במובן התרמודינמי, כאשר נוסחת הקרינה של וין (Wein) תקפה, קרינה מונוכרומטית בצפיפות נמוכה מתנהגת כאילו היא מורכבת מחלקיקים (קוואנטות) של אנרגיה בלתי תלויים בגודל $R\beta\nu/N$.
נרצה עתה להשוות, בתנאי טמפרטורה זהים, את הגודל הממוצע של חלקיק (קוואנטה) אנרגיה של "גוף-שחור" עם אנרגיה קינטית ממוצעת של מולקולה הנובעת מתוך תנועה טרנסלטורית. האנרגיה הקינטית הממוצעת של מולקולה בתנועה טרנסלטורית שווה ל- $\frac{3}{2}RT/N$, בעוד שמנוסחת וין (Wien) עבור גודל ממוצע של אנרגיה חלקיקית (קוואנטית) אנו מקבלים

$$\frac{\displaystyle\int_0^\infty \alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T} d\nu}{\displaystyle\int_0^\infty \frac{N}{R\beta\nu}\alpha\nu^3 e^{-\beta\nu/T} d\nu}$$

אם קרינה מונוכרומטית (בעלת צפיפות קטנה דיה) מתנהגת, עד כדי תלות הנפח באנטרופיה שלו, כמדיום לא רציף המורכב מחלקיקי אנרגיה בגודל $R\beta\nu/N$, אז מתקבל על הדעת לחקור האם החוקים של היווצרות ומעבר האור בנויים בצורה כזאת שהאור מורכב מחלקיקי אנרגיה כאלו. שאלה זו תידון בהמשך.

7 על כלל סטוקס

נדון באור מונוכרומטי שהשתנה באמצעות פוטולומיניסצנציה (קלט/פלט פוטונים) לאור בעל תדירות שונה; בהתאם לתוצאות שזה עתה קיבלנו אנו מניחים שגם האור המקורי וגם זה שהשתנה מורכבים מחלקיקי אנרגיה בגודל $(R/N)\beta\nu$, כאשר ν הוא התדר המתאים. לפיכך אנו חייבים לפרש את תהליך המעבר באופן הבא: כל חלקיק אנרגיה התחלתי בתדירות ν_1 נספג והוא בעצמו אחראי (לכל הפחות כאשר חלוקת הפיפות של חלקיק האנרגיה ההתחלתי קטנה דיה) להיווצרות חלקיק אור בתדירות ν_2; ייתכן שספיגת חלקיק האור ההתחלתי גורמת גם להיווצרות של חלקיקי אור אחרים בתדירויות של $\nu_3, \nu_4, \ldots$ וסוגים אחרים של אנרגיה (לדוגמה חום). אין זה משנה איזה תהליכי ביניים גורמים לתוצאה הסו-

פית. אם אנו לוקחים את החומר שעליו תהליך הפוטולומניסצנציה חל כמקור לא רציף של אנרגיה, אז האנרגיה של חלקיק אור סופי לא יכולה (לפי חוק שימור האנרגיה) להיות גדולה מזו של חלקיק האור ההתחלתי; לפיכך אנו חייבים לקבל את התנאי

$$\frac{R}{N}\beta\nu_2 \leq \frac{R}{N}\beta\nu_1, \qquad or \qquad \nu_2 \leq \nu_1$$

זהו החוק הידוע של סטוקס.

עלינו להדגיש שלפי הרעיונות שלנו כשהתאורה נמוכה ושאר התנאים שווים, עוצמת האור שנוצר פרופורציונלית לאור המשני, כאשר כל חלקיק התחלתי גורם לתהליך מהסוג שצויין לעיל, באופן שאינו תלוי בפעולתם של חלקיקי אנרגיה משניים אחרים. במיוחד, לא יהיה גבול תחתון עבור העוצמה של האור המשני עד כדי כך שהאור לא יוכל ליצור פוטולומניסצנציה.

לפי הרעיונות שהוצגו לעיל, סטייה מחוק סטוקס אפשרית במקרים הבאים:

1. כאשר מספר חלקיקי האנרגיה ליחידת נפח המעורבים בטרנספורמציות גדול דיו כך שחלקיק האנרגיה שהאור מייצר יכול להשיג את האנרגיה שלו מכמה חלקיקי אנרגיה.

2. כאשר, לפי חוק וין, האנרגיה של האור ההתחלתי (או הסופי) אינה מתאימה עבור "קרינה של גוף-שחור", למשל, כאשר האור ההתחלתי מופק על ידי גוף שנמצא בטמפרטורה כל כך גבוהה כך שלחוק וין אין תוקף עבור אורכי הגלים שנידונו.

האפשרות השניה הזו זקוקה לתשומת לב מיוחדת. לפי הרעיונות שפיתחנו כאן, אין להוציא מכלל אפשרות ש-"קרינה שאינה-וינית", אפילו שתהיה מדוללת מאוד, מתנהגת באופן אנרגטי שונה מ-"קרינה של גוף-שחור" באזור בו חוק וין תקף.

8 על ייצור קרניים קטודיות באמצעות הארה של מוצקים

הרעיון השיגרתי לפיו האנרגיה של האור מופצת באופן רציף במרחב שבו היא נעה מעורר קשיים מרובים כאשר מנסים להסביר את התופעה הפוטו-אלקטרית, כפי שהיא מופיע במאמר החלוצי של מר לנארד. [3]

בהתאם רעיון שאור משני מורכב מחלקיקי אנרגיה בגודל $R\beta\nu/N$, ניתן לדמות ייצור של קרניים קטודיות באמצעות אור באופן הבא: חלקיקי אנרגיה חודרים לתוך שכבת המשטח החיצוני של הגוף, והאנרגיה שלהן מועברת, לכל הפחות, חלקית לאנרגיה קינטית של אלקטרון. באופן הפשוט ביותר ניתן לדמות שחלקיק אור מעביר את כל האנרגיה שלו לתוך אלקטרון בודד; עלינו להניח שזה מה שאכן קורה. בכל מקרה אין להוציא מכלל אפשרות שהאנרגיה מקבלים רק חלק מהאנרגיה שמועוברת אליהם מחלקיקי האור. אלקטרון שמקבל אנרגיה קינטית בתוך הגוף יפסיד חלק מהאנרגיה הקינטית שלו כאשר הוא יגיע למשטח החיצוני. יתר על כן עלינו להניח שברגע שהאלקטרונים עוזבים את הגוף נוצרת עבודה P שמאופיינת בהתאם לסוג הגוף. אלקטרונים שיוצאים מהגוף ונמצאים בזויות ישרות עם הגוף יעזבו את הגוף עם מהירות נורמלית גבוהה יותר. האנרגיה הקינטית של אלקטרונים כאלו היא

$$\frac{R}{N}\beta V - P$$

אם הגוף טעון בפוטנציאל חיובי Π ונמצא בסביבה של מוליכות פוטנציאלית מאופסת ואם Π יכול למנוע איבוד חשמל מהגוף, אז אנו חייבים לקבל

$$\Pi\epsilon = \frac{R}{N}\beta\nu - P$$

כאשר ϵ הוא המסה החשמלית של האלקטרון, או

$$\Pi E = R\beta\nu - P', \qquad (3)$$

כאשר E הוא מטען של גרם שקול (gram equivalent) של ערך בודד של יון ואילו P' הוא פוטנציאל הכמות של החשמל השלילי ביחס לגוף.†

אם נציב $E = 9.6 \times 10^3$, אז פוטנציאל הקרינה בוולטים של גוף המקרין בואקום יהיה $\Pi \times 10^{-8}$.

כדי לבדוק תאימות בין הרלציה שהיגענו אליה כאן (עד לסדר של גודל) ובין ניסויים, עלינו להציב $P' = 0$ ו- $\nu = 1.03 \times 10^{15}$ (בהתאם לגבול האולטרא-סגולי של הספקטרום הסולארי) ולהציב $\beta = 4.866 \times 10^{-11}$. נקבל $\Pi \times 10^7 = 4.3$ וולט, תוצאה שבמובן של גודל מתאימה לתוצאותיו של מר לנארד. [3]

אם הנוסחה שקיבלנו כאן נכונה, אז כאשר מציירים את Π על מערכת צירים קר-טזית כפונקציה של תדיר האו המשני מקבלים קו ישר, השיפסוע של הקו הזה אינו תלוי בטבעו של החומר הנלמד.

לפי מה שאני רואה, הרעיונות שלנו לא עומדים בסתירה לתכונות הפעולה הפו-טואלקטרית שנצפו על ידי מר פלאנק. אם כל חלקיק אנרגיה של האור המשני מעביר את האנרגיה שלו לאלקטרונים באופן שאינו תלוי בחלקיקים האחרים, אז חלוקת האלקטרונים (איכות הקרינה הקתודית שמתקבלת) לא תהיה תלויה בעוצמת האור המשני; מצד שני, כאשר כל התנאים שווים, מספר האלקטרונים שעוזבים את הגוף חייב להיות פרופורציונלי לעוצמת האור המשני. [3]

בנוגע לגבולות ההכרחיים של החוקים הללו, נוכל ליצור הערות שדומות לאלו שהערנו על הסטייה ההכרחית מחוק סטוקס.

בהמשך אנו נניח שהאנרגיה של לפחות חלק מחלקיקי האנרגיה של האור המשני מועוברת לאלקטרון בודד. אם לא מניחים את ההנחה הזאת, אז במקום משוואה 3 היינו מקבלים

$$\Pi + P' \leq R\beta\nu.$$

†אם מניחים שדרושה כמות עבודה מסויימת כדי לשחרר אלקטרון בודד ממולקולה נטרלית באמצעות אור, אז אין צורך בשינוי הרלציה הזו; מספיק לקחת את P כסכום של שתי המונחים הללו.

עבור אור קתודי, שהו ההיפך מהתהליך שזה עתה דנו בו, מקבלים טענה דומה

$$\Pi E + P' \geq R\beta\nu i.$$

עבור החומר שנחקר ע"י מר לנארד, ΠE תמיד יהיה גדול יותר מ- $R\beta\nu$, שכן בכדי ליצור אור שניתן לצפות בו (ויזבילי) הקרניים הקתודיות חייבות לחצות מאות של וולטים במקרים מסויימים ואלפי וולטים במקרים האחרים. [3] לפיכך עלינו להניח שהאנרגיה הקינטית של אלקטרון משמשת לייצירת חלקיקי אנרגיית אור רבים.

9 על יוניזציה של גזים באמצעות אור אולטרא סגול

עלינו להניח שכאשר גז מיונן באמצעות אור אולטרא-סגול, אזי (תמיד) חלקיק אנרגיה של אור אחד משמש ליינון מולקולה אחת בלבד של גז. מכאן נובע שהאנרגיה המיוננת (כלומר, האנרגיה שבאופן תיאורטי הכרחית ליינון) של מולקולה לא יכולה להיות גדולה יותר מהאנרגיה של חלקיק אור נספג שמסוגל לייצר את אפקט היינון. אם J מסמן (תאורטית) את האנרגיה המייננת ל- "גרם שקול" (gram equivalent), אז אנו חייבים לקבל

$$R\beta\nu \geq J.$$

לפי המדידות של לנארד, האורך-גל הגדול ביותר אפקטיבית עבור אויר הוא בסביבות 1.9×10^{-5} ס"מ, או

$$J \leq \text{ארגים } 6.4 \times 10^{12} = R\beta\nu.$$

באמצעות יינון וולטים בגז מדולל נוכל לקבל גם גבול עליון עבור אנרגיית היינון. על פי יוהן סטארק [4] היינון הוולטאי הקטן ביותר שניתן למדידה (עבור אנודת פלטיניום) באוויר הינו בסביבות העשר וולט. † לפיכך קיבלנו חסם עליון בשיעור

†בפנים של הגז, היינון הוולטאי עבור יון שלילי יהיה, בכל מקרה, גדול פי 5.

של $10^{12} \times 9.6$ עבור J ששווה בערך למה שקיבלנו קודם. ישנה השלכה אחרת הבדיקה באמצעות ניסוי שנראית לי כבעלת חשיבות גדולה. אם כל חלקיק אנרגיה של אור שניספג מיינן מולקולה, אז קיים קשר רלציוני בין עוצמת האור הניספג L לבין מספר המולים המיוננים על ידי האור j

$$j = \frac{L}{R\beta\nu}.$$

אם הרעיונות שלנו תואמים את המציאות, אז הרלציה הזו צריכה להיות תקיפה עבור כל גז (בתדר מתאים) שאינו בעל ספיגה ניכרת ואי יכולת יינון.

References

[1] M. Planck. Ueber irreversible strahlungsvorgänge. *Annalen der Physik*, Volume 306(Issue 1):Page 99, 1900 .
מ. פלאנק "על מקרים של קרינה בלתי הפיכה", אנלן דר פיזיק, כרך 306, גיליון 1, עמוד 99. .

[2] M. Planck. Ueber das gesetz der energieverteilung im normalspectrum. *Annalen der Physik*, 309(3):561, 1901.
מ. פלאנק "על החוק של התפלגות האנרגיה בספקטרום הנורמלי", אנלן דר פיזיק, כרך 309 גליון 3, עמוד 561 .

[3] P. Lenard. Ueber die lichtelektrische wirkung. *Annalen der Physik*, 313(5):149, 1902.
פ. לנארד "על התופעה הפוטואלקטרית", אנלן דר פיזיק, כרך 311 גליון 5, עמוד 149 .

[4] J. Stark. *Die Elektrizität Gasen*. Leipzig, 1902. 57 pp.
י. סטארק, "חשמל בגזים", לייפזיג, 1902, עמוד 57 .